ARBEITSBLATT ZUR KURVENDISKUSSION EINER GANZRATIONALEN FUNKTION

Aufgabe: Diskutieren Sie die Funktion $f(x) = \frac{4}{5}x^5 + 4x^4 + 4x^3$

0. Ableitungen:

$f'(x) =$ ________________________

$f''(x) =$ ________________________

$f'''(x) =$ ________________________

1. Definitionsbereich:

Der Definitionsbereich der Funktion f ist ID = _____

2. Symmetrie:

Die Exponenten der Potenzen von x sind ____

$\Rightarrow$ Der Graph der Funktion f ist ____

3. Verhalten für $x \to \pm\infty$ **:**

Anhand des Summanden mit der höchsten Potenz von x (_______) können wir das Verhalten bestimmen:

a) Der Exponent dieser Potenz ist _____________

b) Das Vorzeichen dieser Potenz ist _____________

$\Rightarrow$ Für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to$ _____ und für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to$ _____

4. Schnittpunkte des Graphen mit den Koordinatenachsen:

Schnittpunkt mit der y-Achse bei $(0 \mid f(0))$ = (0 | _____)

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Rightarrow$ Nullstellen bei $x_1 =$ ________, $x_2 =$ ________ und $x_3 =$ ________

5. Relative Extremstellen:

Notwendige Bedingung für Extremstellen: ____

$f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Rightarrow$ Mögliche Extremstellen bei $x_4 =$ ________, $x_5 =$ ________ und $x_6 =$ ________

Hinreichende Bedingung für Extremstellen: ____

$f''(0)$ = _______ aber $f'''(0) =$ ________ $\neq 0 \Rightarrow$ _______-Punkt bei $(0 \mid f(0))$ = (0 | _______)

$f''(-1) =$ _______ $> 0 \Rightarrow$ _______-Punkt bei $(-1 \mid f(-1))$ = (–1 | _______)

$f''(-3) =$ _______ $< 0 \Rightarrow$ _______-Punkt bei $(-3 \mid f(-3))$ = (–3 | _______)

6. Wendepunkte:

Notwendige Bedingung für Wendestellen: ____

$f''(x) = 0$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Rightarrow$ Mögliche Wendestellen bei $x_7 =$ ________, $x_8 =$ ________ und $x_9 =$ ________

Hinreichende Bedingung für Wendestellen: ____

$f'''(0)$ = _______ > 0 $\Rightarrow$ _________-Punkt bei $(0 | f(0)) = (0|$ ___ $)$ *(siehe auch Extrempunkte)*

$f'''(\frac{-3+\sqrt{3}}{2}) =$ _______ < 0 $\Rightarrow$ _________-Punkt bei $(\frac{-3+\sqrt{3}}{2} \mid f(\frac{-3+\sqrt{3}}{2})) = (\frac{-3+\sqrt{3}}{2} \mid$ _______ $)$

$f'''(\frac{-3-\sqrt{3}}{2}) =$ _______ > 0 $\Rightarrow$ _________-Punkt bei $(\frac{-3-\sqrt{3}}{2} \mid f(\frac{-3-\sqrt{3}}{2})) = (\frac{-3-\sqrt{3}}{2} \mid$ _______ $)$

7. Wertemenge:

Der höchste relative Hochpunkt hat die y-Koordinate: ______

Der niedrigste relative Tiefpunkt hat die y-Koordinate: ______

Für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to$ _____

Für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to$ _____

$\Rightarrow$ Die Wertemenge der Funktion f ist W = _______

8. Funktionsgraph:

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

YS(0 | 0)

N_1(0 | 0)

N_2(−1,38 | 0)

N_3(−3,62 | 0)

Extrempunkte:

SP(0 | 0) = YS = N_1

TP(−1 | -0,8)

HP(−3 | 21,6)

Wendepunkte:

RL-WP(0 | 0) = YS = N_1

LR-WP(−0,63 | −0,45)

RL-WP(−2,37 | 13,05)

Verhalten für kleine/große x:

Für kleine x geht $f(x)$ gegen $-\infty$

Für große x geht $f(x)$ gegen $+\infty$